

## PRIMENA NEKIH MODELA TEORIJE IGARA ZA ODREĐIVANJE TARIFA INTERKONEKCIJE TELEKOMUNIKACIONIH MREŽA

Aleksandra Kostić-Ljubisavljević, Vesna Radonjić i Branka Mikavica  
Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet

**REZIME:** U radu su predstavljeni neki od predloženih modela teorije igara za određivanje tarifa interkonekcije. Prikazana je opšta formulacija, osnovne prepostavke i elementi teorije igara. Opisan je Hotelling model koji je služio kao osnova mnogih kasnijih istraživanja. Predstavljena je primena Štakelbergove igre za određivanje optimalnih cena pristupa, kao i za analizu tražnje i maloprodajnih cena provajdera servisa. Razmatrana je primena teorije igara za analizu ugovora o interkonekciji i pokazano je da interkonekcija poboljšava performanse Internet Backbone Providera (IBP) u odnosu na slučaj kada ova dva provajdera rade nezavisno.

**KLJUČNE REČI:** interkonekcija, tarife interkonekcije, teorija igara.

**ABSTRACT:** The paper presents some of the proposed models of game theory to determine the interconnection tariffs. The general formulation, the basic assumptions and elements of game theory are shown. Hotelling model, that served as the basis of many subsequent studies, is described. Application of Stackelberg game for determination the optimal access price and analysis of demand and retail price is presented. This paper examined the application of game theory for analysis of the interconnection agreements. It has been shown that interconnection improves the performances of Internet Backbone Providers (IBP) in relation to the case when the two providers operate independently.

**KEY WORDS:** interconnection, interconnection tariffs, game theory

### 1. UVOD

Sa porastom broja telekomunikacionih operatora i provajdera na svetskom tržištu usled liberalizacije telekomunikacionog sektora, interkonekcija mreža postaje jedna od gorućih tema kako za operatore, tako i za regulatorna tela. Tehnološke inovacije, kao i razvoj konkurenčije telekomunikacionih operatora doveo je do razvoja razlicitih oblika interkonekcije. Neki od primera interkonekcije su: interkonekcija dve susedne nekonkurentne mreže, interkonekcija operatora fiksne telefonije i mobilnog operatora, interkonekcija novog lokalnog operatora fiksne telefonije sa dominantnim operatorom, interkonekcija dominantnog operatora fiksne telefonije i internet servis provajdera i sl. Interkonekcija korisnicima omogućava komunikaciju sa korisnicima drugih mreža, čime se širi opseg komunikacionih servisa kojima mogu pristupati. Svi pojavnii oblici interkonekcije obuhvataju fizičko i logičko povezivanje javnih elektronskih komunikacionih mreža korišćenih od strane istog ili nekog drugog operatora, u cilju omogućavanja korisnicima jednog operatora da komuniciraju sa korisnicima istog ili drugog operatora, ili da pristupe servisima koje pruža neki drugi operator. Posebna pažnja se posvećuje obezbeđenju ravnopravnog učešča na tržištu, kroz izbor i implementaciju odgovarajuće metodologije za obračun troškova interkonekcijske. Na strukturu tarifa interkonekcije utiče veliki broj faktora, kao što su razlike u telekomunikacionoj infrastrukturi, razlike u poslovnoj politici i različiti nivoi razvoja struktura tarifa i troškova. Za modelovanje i analiziranje funkcionisanja različitih složenih telekomunikacionih sistema, kao i za projektovanje efikasnih i skalabilnih telekomunikacionih protokola i

algoritama za alokaciju resursa mreže mogu se koristiti neki modeli teorije igara.

Teorija igara predstavlja deo primenjene matematike, koji se koristi za rešavanje složenih interakcija između racionalnih učesnika. Pomoću skupa matematičkih alata, koje teorija igara obuhvata, opisuju se i analiziraju problemi odlučivanja i prihvatanja rešenja u uslovima neodređenosti. Razlozi za primenu teorije igara za modelovanje i analiziranje brojnih problema u telekomunikacionim mrežama nalaze se u deregulaciji telekomunikacionih tržišta, u kojima postoje uslovi za rad velikog broja provajdera servisa, brzom razvoju Interneta, kao globalnoj komunikacionoj platformi koja obuhvata različite telekomunikacione sisteme i potrebi za mrežnom arhitekturom koja će provajderima omogućiti ostvarivanje sigurnih prihoda i korisnike koji su zadovoljni kvalitetom i cenom servisa.

Ovaj rad je koncipiran na sledeći način. Nakon uvoda je prikazana osnovna formulacija, osnovne prepostavke i elementi igara. Sledeći deo rada se odnosi na prikaz Hotelling modela, a nakon toga su dati primeri primene Štakelbergove igre. Peti deo rada se bavi primenom teorije igara za ekonomsku analizu ugovora o interkonekciji. Na kraju su data zaključna razmatranja.

### 2. OPŠTA FORMULACIJA, OSNOVNE PREPOSTAVKE I ELEMENTI IGARA

Teorija igara se primenjuje kada su dve ili više strana u konfliktu i zato se često naziva matematička teorija konfliktnih situacija. Prema tome, može se reći da predmet njenog

proučavanja u najširem smislu predstavljaju opšte karakteristike konfliktnih situacija.

Svaka igra se sastoji od učesnika, njihovih strategija i efekata strategija, odnosno ishoda igre (dobiti, tj. troškova učesnika igre). Učesnici igre donose odluke od kojih zavisi tok igre i mogu biti pojedinačni učesnici ili grupe učesnika. Svaki učesnik bira jedan potez iz skupa mogućih poteza. Svaki plan ili odluka koja definiše potez koji je na raspolaganju učesniku igre naziva se strategija. Igra može imati konačno ili beskonačno mnogo strategija. Učesnici igre se odlučuju za jednu od mogućih strategija. Od izbora strategije svakog učesnika zavisi rezultat tog učesnika i svih ostalih učesnika, odnosno ishod igre. Učesnici teže ostvarivanju najboljem mogućeg rezultata u skladu sa svojim preferencijama. Smisao teorije igara je da svakom učesniku ukaže na izbor optimalne strategije. Pri višestrukom ponavljanju igre učesniku se obezbeđuje maksimalna moguća dobit, tj. minimalni mogući gubitak. Opšti princip ove teorije se sastoji u sledećem: „učesnik bira strategiju tako da mu dobit bude maksimalna uz, za njega, najnepovoljnije delovanje protivnika“ i ovaj princip se naziva minimaks princip [1]. Rezultati igre učesnika mogu se izraziti preko funkcije dobiti ili funkcije gubitaka, koje preslikavaju svaki mogući rezultat u realni broj. Rezultati učesnika takođe se mogu izraziti preko relacija između preferenci, koje definišu rang rezultata. Preferencije učesnika će biti izražene preko funkcije dobiti. Igra  $G$  između  $N$  učesnika može se formalno predstaviti izrazom:

$$G[S_1, \dots, S_N, U_1(s_1, \dots, s_N), \dots, U_N(s_1, \dots, s_N)] \quad (1)$$

$S_n$  je skup strategija koje su na raspolaganju učesnicima igre, i  $U_n$  predstavlja dobit učesnika ukoliko izabere jednu od raspoloživih strategija, pri čemu  $s_n \subset S_n$  i  $n = 1, \dots, N$ .

Nešov ekilibrijum predstavlja najpoznatiji koncept za određivanje rešenja u teoriji igara i u slučaju igre sa dva učesnika podrazumeva da svaki učesnik bira najbolju strategiju, analizirajući sve moguće strategije svih ostalih učesnika igre.

Par strategija  $(s_1^*, s_2^*)$  predstavlja Nešov ekilibrijum ako je  $s_1^*$  najbolja strategija prvog učesnika kada drugi učesnik koristi strategiju  $s_2^*$  i ako  $s_2^*$  predstavlja najbolju strategiju drugog učesnika kada prvi učesnik koristi strategiju  $s_1^*$ . Matematički, par strategija čini Nešov ekilibrijum pod uslovima:

$$U_1(s_1^*, s_2^*) \geq U_1(s_1, s_2^*) \text{ za svako } s_1 \subset S_1 \quad (2)$$

$$U_2(s_1^*, s_2^*) \geq U_2(s_1^*, s_2) \text{ za svako } s_2 \subset S_2 \quad (3)$$

Nešov ekilibrijum ne mora da bude predstavljen samo jednom najboljom strategijom za svakog učesnika igre, već to može biti skup strategija za svakog učesnika, takav da nijedan učesnik nema interes da izabere strategiju iz drugog skupa koji je različit od Nešovog ekilibrijuma. Igra ne mora da ima jedinstveni Nešov ekilibrijum, već može imati više ekilibrijuma i tada među njima treba izabrati optimalno rešenje. Najčešće korišćeni kriterijumi za izbor optimalnog rešenja su kriterijumi Pareto optimalnosti i socijalne optimalnosti. Rešenje igre je Pareto optimalno ukoliko nijedan učesnik igre odstupanjem od tog rešenja ne može povećati svoju dobit

a da se istovremeno ne smanji dobit bar jednog od ostalih učesnika u igri. Rešenje igre treba da zadovolji i kriterijum socijalne optimalnosti. U složenijim igrama sa velikim brojem učesnika optimalno rešenje sa aspekta pojedinačnih učesnika ne mora da bude istovremeno optimalno rešenje sa aspekta sistema u kome se igra realizuje. Upravo optimalno rešenje sa sistemskog aspekta predstavlja socijalno optimalno rešenje i može se odrediti korišćenjem optimizacionih tehnika. Da bi se optimalno rešenje sa aspekta pojedinačnih učesnika približilo socijalno optimalnom rešenju u računarskim i telekomunikacionim mrežama se često koriste metode tarifiranja čiji su osnovni ciljevi optimizacija prihoda sistema i podsticanje efikasnog korišćenja resursa. Centralizovanom primenom efikasnog tarifnog mehanizma može se odrediti rešenje koje objedinjuje ciljeve pojedinačnih učesnika i sistema. Tarifni mehanizam se smatra podsticajnim ukoliko izdvaja rešenje kojim se postižu oba cilja. Takvo rešenje se može postići primenom dinamičkog tarifnog koncepta u kojem se korisnik zadužuje prema stvarnom korišćenju resursa.

Osnovna prepostavka u teoriji igara je da učesnici postupaju racionalno pri izboru strategija. To znači da učesnici biraju strategije tako da im dobit bude maksimalna. Takođe se prepostavlja da su učesnicima dobro poznata pravila igre. Igra opisuje koje strategije učesnici mogu da koriste i koje dobiti ostvaruju korišćenjem pojedinih strategija. U teoriji igara, rešenje igre predstavlja skup mogućih dobiti učesnika pod prepostavkom racionalnosti. U opštem slučaju, rešenje igre je ishod takav da nijedan učesnik nema interes da jednostrano odstupi od njega. Rešenje igre je Pareto efikasan ukoliko se dobit nijednog učesnika igre ne može povećati a da se istovremeno dobit bar jednog od ostalih učesnika ne smanji. U primenjenoj teoriji igara cilj je formirati igru čiji će ishod biti Pareto efikasan.

Brojni primeri iz svakodnevnog života mogu se posmatrati kroz teoriju igara: političke, marketinške kampanje, sportska takmičenja itd. Zajedničko za većinu ovakvih i sličnih situacija je da konačan ishod zavisi prevashodno od toga za koju se kombinaciju strategija učesnici opredеле. Teorija igara se posebno usmerava na proces donošenja odluka pojedinih učesnika u igri i suprotstavlja se analizi odlučivanja, u kojoj se prepostavlja da donosilac odluke učestvuje u igri u kojoj njegov protivnik vrši izbor strategija na slučajan način [2].

U nastavku rada je dat pregled nekih predloženih modela za tarifiranje interkonekcije telekomunikacionih mreža. Kao polazna osnova se uzima Hotelling model. Zatim se analizira primena teorije igara za određivanje optimalnih cena pristupa, primena Štakelbergove igre kao i primena teorije igara za ekonomsku analizu ugovora o interkonekciji.

### 3. HOTELLING MODEL

Hotelling je u svom najznačajnijem radu objavljenom 1929. godine analizirao duopol, koji predstavlja situaciju na tržištu kada postoje dva konkurenta, nadovezujući svoje istraživanje konkurentnosti na tržištu na prethodno objavljene radove [3], [4], [5]. Neki autori su analizirali verovatnoću

esencijalne nestabilnosti u duopolu [6], [7]. Može se pokazati da u opštem slučaju nezavisne akcije dvaju konkurenata koji nisu u doslihu vode ka dosta stabilnijem ekvilibrijumu u odnosu na rezultate ranijih istraživanja [3], [5], [7]. Dobijeno rešenje neće važiti samo u slučaju izričitog ili prečutnog dogovaranja koje konkurenate pretvara u vid monopola, ili u slučaju "rata cena", čiji je cilj eliminisanje jednog od njih u potpunosti. Hotelling je u svom radu [8] razmatrao sledeću situaciju. Neka su korisnici određene robe ravnomerno raspoređeni na duži, čija je dužina  $l$ . Na rastojanju  $a$  i  $b$  od krajeva duži respektivno, nalaze se proizvođači A i B, kao što je pokazano na Slici 1. Svaki kupac prevozi svoju robu kući sa troškovima  $c$  po jedinici dužine. Bez uticaja na opštost budućih zaključaka, pretpostavlja se da su troškovi proizvodnje A i B nula, i da se troši jedinica količine robe u svakoj jedinici vremena i svakoj jedinici dužine date razdaljine. Nijedan od korisnika nema preferencije ka bilo kojem proizvođaču, osim u pogledu cena uvećanim za transportne troškove. U opštem slučaju, postoji veliki broj situacija koje vode ka formiranju korisničkih grupa koji preferiraju određene proizvođače, ali je to ovde simbolično obuhvaćeno preko transportnih troškova. Neka cena robe proizvođača A bude  $p_1$ , cena proizvođača B  $p_2$ , i neka su  $q_1$  i  $q_2$  količine prodane robe, respektivno.



Slika 1. – Grafički prikaz tržišta

Cene proizvođača B mogu biti više nego proizvođača A, ali ako B želi uspešno da posluje, njegove cene ne smeju biti veće od cena proizvođača A uvećane za transportne troškove od mesta A do kuće korisnika. Zapravo, B će držati cene  $p_2$ , koje su nešto ispod vrednosti  $p_1 - c(l - a - b)$ . Tako će B poslovati na udaljenosti  $b$  sa desne strane, a uz to imaće korisnike na segmentu  $y$  koje zavisi od razlike cena. Slično tome, A će poslovati na na udaljenosti  $a$  sa leve strane duži i na segmentu  $x$  sa desne strane A; kada  $x$  opada kako  $p_1 - p_2$  raste. Tačka podelje dvaju razmatranih proizvođača se određuje iz uslova da je u njoj korisniku svejedno da li kupuje robu proizvođača A ili B. Izjednačavanjem cena, dobija se:

$$p_1 + cx = p_2 + cy \quad (4)$$

Veza između  $x$  i  $y$  je data kao:

$$a + x + y + b = l \quad (5)$$

Rešavanjem se dobija:

$$x = \frac{1}{2} \left( l - a - a + \frac{p_2 - p_1}{c} \right) \quad (6)$$

$$y = \frac{1}{2} \left( l - a - a + \frac{p_1 - p_2}{c} \right) \quad (7)$$

pa su profiti dati kao :

$$\begin{aligned} \pi_1 &= p_1 q_1 = p_1(a+x) = \frac{1}{2}(l+a-b)p_1 - \frac{p_1^2}{2c} + \frac{p_1 p_2}{2c} \\ \pi_2 &= p_2 q_2 = p_2(a+y) = \frac{1}{2}(l+a-b)p_2 - \frac{p_2^2}{2c} + \frac{p_1 p_2}{2c} \end{aligned} \quad (9)$$

Svaki od proizvođača postavlja svoje cene tako da sa poznatim cenama drugih proizvođača, ostvaruju maksimalan profit. To daje jednakosti:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \frac{1}{2}(l+a-b) - \frac{p_1}{c} + \frac{p_2}{2c} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \frac{1}{2}(l+a-b) - \frac{p_1}{c} + \frac{p_2}{2c} = 0 \quad (11)$$

iz kojih se dobija:

$$p_1 = c \left( l + \frac{a-b}{3} \right), \text{ i } p_2 = c \left( l - \frac{a-b}{3} \right) \quad (12)$$

$$q_1 = a + x = c \left( l + \frac{a-b}{3} \right) \text{ i } q_2 = b + y = c \left( l - \frac{a-b}{3} \right)$$

Dovoljni uslovi za maksimum svake od funkcija  $\pi_1$  i  $\pi_2$ ,  $\partial^2 \pi_1 / \partial p_1^2 < 0$  i  $\partial^2 \pi_2 / \partial p_2^2 < 0$ , su zadovoljeni.

Ekvilibrijum nastaje kada nijedan od proizvođača ne može uvećati svoj profit promenom cene. Tačno je da se cene drugačije od cena koje odgovaraju ekvilibrijumu mogu održati izvesno vreme. Čak i tada jedan od proizvođača može žrtvovati svoje prihode i povećati cenu, čime će odbiti izvesan broj korisnika, u nadi da će i njegov rival učiniti isto kako bi oba proizvođača uvećala svoje profite. Pošto je tražnja neelastična, možemo pretpostaviti da se navodni konkurenenti dogovaraju o povećanju cena. Povećanje ne mora biti unapred dogovorenog, ali se dogovor može postići naizmeničnim potezima; svaki od prodavaca u svakom narednom koraku podiže cene iznad konkurenatskih, ali ne dovoljno da bi svi kupci prešli na stranu konkurenta. Na taj način rivali i bez formalnog sporazuma mogu stvoriti virtualni monopol. Elementi prečutnog sporazuma će postojati kako bi se cene održale iznad nivoa koji obezbeđuje profitabilnost a sve u kulju dugoročnog održavanja visokih profita.

Međutim, poznato je da su sporazumi između konkurenata vrlo krhki. Neka se jedan od preduzetnika, recimo B, iznenada nađe u situaciji da mu je potrebna gotovina. Odmah će pronaći izvor: smanjiće cene i povećati prodaju. Njegov profit će biti veći od A, sve dok A ne odluči da snizi cenu do nivoa koji mu obezbeđuje maksimalan profit. B će sada verovatno nastaviti sa istom takтиком u pokušaju da nadoknadi potrebu za gotovinom. Tako će se sistem stabilizovati na tački ekvilibrijuma kada nijedan od konkurenata neće imati podsticaj da dalje snižava cene, s obzirom da povećano poslovanje neće moći da kompenzuje gubitke. Vrlo često se javljaju poteškoće sa održavanjem sporazuma o cenama. Štaviše, sporazum o cenama se ne može sklopiti jednom za svagda; kada se menjaju uslovi troškova ili tražnje, potrebna je konstantna revizija cena. Rezultat konstantnog revidiranja je očigledan sukob interesa. U slučaju da se na tržištu pojavi i treći proizvođač, njegova tendencija da zauzme najveći mogući deo tržišta vodiće ga ka poziciji bližoj A ili B, ali ne između njih. Što se više proizvođača iste robe pojavljuje, postoji tendencija da se ne distribuira na socijalno optimalan način, već se neopravdano stvaraju klasteri [9].

*Hotelling* model je poslužio kao baza kasnijih istraživanja. Pokazalo se da je u mnogim analizama bilo neophodno uvesti pogodan način podele učešća pojedinih operatora u telekomunikacionom tržištu kao *Hotelling* okvir bez uklanjanja direktnе konkurenције između operatora. *Foros i Hansen* [9], na primer, razmatraju *Hotelling* model izmenjen vertikalnom odvojenošću mreža i mrežnim eksternalijama i pokazuju da operatori sa različitim udelima u tržištu nemaju konfliktnе interese u odnosu na kvalitet u obezbeđivanju interkonekcije. *Laffont et al* [10], [11], *Armstrong* [12], i *Dessein* [13] se fokusiraju na ponašanje operatora, kada se tražnja posmatra kao jednostavan *Hotelling* model. *Cambini* se takođe nadovezuje na *Hotelling* model analizirajući konkurenčiju dve mreže na telekomunikacionom tržištu [14], kao i *Hermalin* [15] i *Jahn* [16]. *Schiff* je u [17] bazirao analizu dvosmerne interkonekcije na ovom modelu.

#### 4. PRIMENA ŠTAKELBERGOVE IGRE

Model Štakelbergove igre predstavlja dvonivoski optimizacioni model, takav da se u okviru njega bar jedan učesnik definiše kao vođa i taj učesnik bira strategiju pre ostalih učesnika koji su definisani kao sledbenici. U Štakelbergovoj igri postoji određeni redosled po kojem se povlače potezi. Sledbenici odlučuju o svakom narednom potezu na osnovu strategije koju je voda prethodno izabrao. To je strategijska igra u kojoj se učesnici mogu rukovoditi prema ceni (*price leadership*) ili prema kvantitetu (*quantity leadership*).

##### 4.1. Primena Štakelbergove igre za određivanje optimalnih cena pristupa

Pod pretpostavkom da na tržište na kojem je telekomunikacioni operator sa najvećim udelom u tržištu pružao telekomunikacione servise ulazi novi učesnik, on mora da zakupi kapacitete operatora sa najvećim udelom u tržištu kako bi bio u stanju da omogući pružanje telekomunikacionih servisa. Na osnovu regulacije, operator sa najvećim udelom u tržištu je u obavezi da novom učesniku omogući pristup svojoj infrastrukturnim dovoljnim kapacitetima. Učesnik plaća iznos  $a$  za zakupljivanje kapaciteta.

Pre ulaska novog učesnika na tržište, dominantni operator poseduje  $q_0^i$  jedinica kapaciteta, gde  $0$  označava isti iznos kapaciteta, a  $i$  se odnosi na operatora sa najvećim udelom u tržištu. Kada dođe do ulaska na tržište, novi učesnik određuje nivo kapaciteta koji će obezbeđivati svojim korisnicima,  $q^e$ , gde  $e$  predstavlja novog učesnika, a zatim zahteva pristup kapacitetima operatora sa najvećim udelom u tržištu. U zavisnosti od zahteva interkonekcije, operator sa najvećim udelom u tržištu sada definiše svoj obim obezbeđivanja servisa na  $q^i$ . Ukupan obim obezbeđivanja servisa je tada  $q = q^i + q^e$ . Prepostavljajući da je jedna jedinica kapaciteta potrebna za stvaranje jedne jedinice servisa, operator sa najvećim udelom u tržištu treba da proširi svoje kapacitete za  $q - q_0^i$ . Ako je  $q = q_0^i$ , nema proširivanja kapaciteta. Ako je  $q^i - q_0^i$ , operator sa najvećim udelom u tržištu proširuje svoje kapacitete do

potpunog ispunjenja zahteva novog učesnika bez smanjenja svoje ponude. Drugim rečima, novi učesnik je Štakelbergov lider u ovoj igri.

Neka je  $C^i(q^i, q^e)$  trošak operatora sa najvećim udelom u tržištu kada obezbeđuje  $q^i$  jedinica servisa i nudi  $q^e$  jedinica kapaciteta za pristup novog učesnika. Operator sa najvećim udelom u tržištu takođe snosi troškove kapaciteta  $f(q)$  za instaliranje  $q$  jedinica kapaciteta. Novi učesnik mora da utroši  $C^e(q^e)$  da bi obezbedio  $q^e$  jedinica servisa uz troškove pristupa  $q^e$ . Neka su  $C_1^i = \partial C^i / \partial q^i$  i  $C_2^i = \partial C^i / \partial q^e$  marginalni troškovi obezbeđivanja servisa i ponude pristupa servisima, respektivno, gde je  $C_{11}^i = \partial 2C^i / \partial q^2$ . Takođe, neka  $C_{12}^i = \partial 2C^i / \partial q^i \partial q^e$  predstavlja troškove komplementarnosti ili supstitucije između servisa operatora sa najvećim udelom u tržištu i pristupa servisu. Slično,  $f' = \partial f / \partial q$  je marginalni trošak kapaciteta operatora sa najvećim učešćem u tržištu, dok  $C_1^e = \partial C^e / \partial q^e$  predstavlja marginalni trošak novog učesnika za obezbeđivanje servisa, gde  $f'' = \partial 2f / \partial q^2 > 0$  i  $C_{11}^e = \partial 2C^e / \partial q^{e2}$ . Funkcija tražnje je data kao  $P = P(q)$ , gde je  $P$  cena pružanja servisa i  $P' = \partial P / \partial q < 0$ .

Profit operatora sa najvećim udelom u tržištu je dat kao:

$$\pi^i(q^i : q^e) = P(q)q^i + aq^e - C^i(q^i, q^e) - f(q) \quad (14)$$

Nakon istraživanja ponašanja dominantnog operatora i novog učesnika na tržištu, regulatorno telo postavlja optimalne cene pristupa koje maksimiziraju socijalnu optimalnost.

Neka  $a^*$ ,  $q^*$  i  $q^{e*}$  predstavljaju rešenja postavljenog problema regulatornog tela. Postoje dva tipa optimalnih cena pristupa od interesa,  $a_0^*$  i  $a_1^*$ .

Prvo, ako je  $\partial q / \partial q^e = 0$ :

$$a_0^* = P^* - C_1^{i*} + C_2^{i*} \quad (15)$$

Desna strana jednačine predstavlja kompenzaciju dominantnom operatoru, koja se definiše kao *Efficient Component Pricing Rule* (ECPR). Cena interkonekcije se, prema njemu, može predstaviti na sledeći način:

$$c_i = dmt_i + (mc - mtm) \quad (16)$$

gde su:  $c_i$  - cena interkonekcije (pristupa),  $dmt_i$  - dodatni marginalni troškovi interkonekcije (pristupa),  $mc$  - maloprodajna cena i  $mtm$  - marginalni troškovi maloprodaje.

Rezultat primene ovakvog načina formiranja cene interkonekcije je cena koja je veća od inkrementalnih troškova. Ovakva cena obuhvata oportunitetni trošak operatora koji nastaje gubitkom korisnika zbog pojave novog operatora na tržištu [18].

Dруго, ако је  $\partial q / \partial q^e = 1$ :

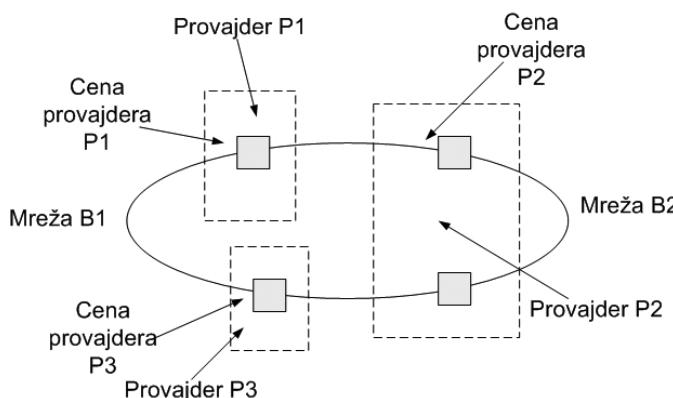
$$a_1^* = C_2^{i*} + f^* + P^* q^{e*} \quad (17)$$

Desna strana jednačine predstavlja uobičajene dugoročne marginalne troškove podešene tako da reflektuju neke socijalne efekte nastale dodatnom tražnjom za pristupom.  $a_1^*$  pred-

stavlja *Adjusted Long Run Marginal Costs* (ALRMC). Ako je  $\partial q / \partial q^e \neq 0$ ,  $a^* \neq a_0^*$  i ako  $\partial q / \partial q^e \neq 1$  biće  $a^* \neq a_1^*$ .

#### 4.2. Primena Štakelbergove igre za analizu tražnje i maloprodajnih cena provajdera servisa

Štakelbergova igra se takođe može primeniti za analizu tražnje i maloprodajnih cena provajdera. Posmatraju se dve mreže  $B_1$  i  $B_2$ , sa dve alternativne rute. Svaka od ruta koja povezuje ove dve mreže prolazi kroz dva lokalna *switch-a*, koji su postavljeni po jedan na kraju svakog linka, kao što je prikazano na Slici 2.



Slika 2. – Prikaz stanja pre interkonekcije

Polazi se od prepostavke da  $B_1$  ima liberalizovano tržište sa dva konkurentna provajdera, provajdera P1 i provajdera P3.  $B_2$  nasuprot tome ima jednog lokalnog provajdera monopolističkog, provajdera P2.

Ukupna tražnja od  $B_1$  do  $B_2$  je data preko  $x = x_1 + x_3$ , gde je  $x_1$  tražnja provajdera P1 i  $x_3$  tražnja provajdera P3. Preferencije reprezentativnog korisnika su opisane kvazilinearnom funkcijom dobiti:

$$U = \alpha(x_1 + x_3) - \left(\frac{1}{2}(x_1^2 + x_3^2)\right) - \gamma(x_1 x_3) + m \quad (18)$$

sa  $\alpha > 0$  i  $y \in [0, 1]$ .

$\alpha(x_1 + x_3)$  izražava dobit za ukupan protok izražen preko parametra  $\alpha$  koji reprezentuje veličinu tržišta;  $-(1/2)(x_1^2 + x_3^2)$  opisuje spremnost korisnika da bira između različitih načina pristupa;  $-\gamma(x_1 x_3)$  se odnosi na izostanak dobiti usled postojanja dva različita provajdera. Ovim se izražavaju oportunitetni troškovi usled sklapanja različitih ugovora i računa, njihovog odvojenog plaćanja, pristupanjima različitim brojevima za svaki upit, promene softvera ako se pristupa sa istog hardvera itd. Linearni deo jednakosti (18),  $m$ , je kompozitni deo, nezavisan od Interneta.

Parametar  $\gamma$  opisuje kompromis između potrebe za postojanjem različitih načina pristupa i pokušaja da se minimiziraju transakcioni i oportunitetni troškovi. Što je više različitih tehnologija pristupa mrežama,  $\gamma$  će biti manje. Kada  $\gamma$  teži jedinici, ne postoje preferencije za postojanje različitih načina pristupa: transakcioni troškovi usled postojanja dva različita

provajdera u potpunosti poništavaju prednosti postojanja različitih pristupa.

Rešavajući problem korisnika dat funkcijom dobiti (18) dobijaju se tržišne tražnje kao:

$$x_1 = a - bp_1 + cp_3, \quad (19)$$

$$x_3 = a - bp_3 + cp_1 \quad (20)$$

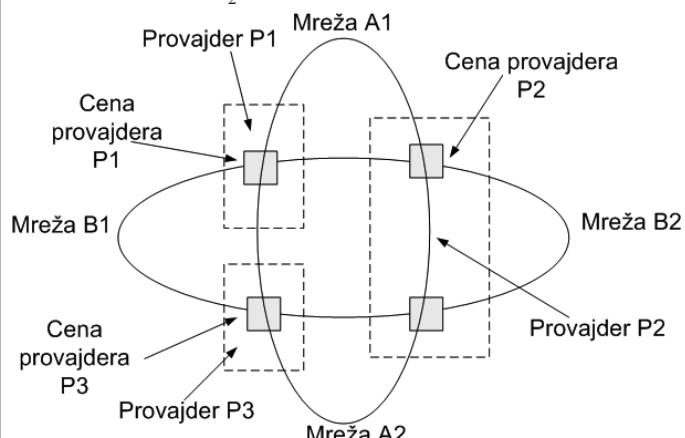
gde  $a = \alpha/(1+\gamma)$ ,  $b = 1/(1-\gamma^2)$ ,  $c = \gamma/(1-\gamma^2)$ ,  $p_1$  je maloprodajna cena prvog provajdera,  $p_3$  je maloprodajna cena trećeg provajdera.

Ove funkcije tražnje imaju drugačiju interpretaciju za parametar  $\gamma$ . Parametar  $b$  predstavlja sopstveni efekat cene, ili kako različite cene samog provajdera utiču na njegovu tržišnu tražnju; parametar  $c$  pokazuje uticaj na tražnju provajdera kao posledicu različitih cena konkurenata. Tako se parametar  $\gamma$ , koji je jednak odnosu ova dva efekta,  $\gamma = c/b$ , prevodi u indikator stepena konkurentnosti na maloprodajnom tržištu. Kada je  $\gamma$  jednak 0, nema uticaja konkurenčije i svaki provajder ima sigurnu poziciju na tržištu; kada  $\gamma$  teži 1, tržište postaje savršene konkurencije.

Tajming procesa određivanja cena je od izuzetnog značaja. U jednostavnoj mreži analiziranoj u ovom delu, postoji jasna vertikalna distinkcija u maloprodajnom sektoru, provajdera P1 i provajdera P3, i *upstream* monopoliste, provajdera P2. Zato je sasvim osnovano pretpostaviti da je tajming procesa određivanja cena sekvensijalan: najpre provajder P2 postavlja svoje cene pristupa, a zatim provajderi P1 i P3 paralelno biraju svoje maloprodajne cene. U nastavku se pretpostavlja da su varijabilni troškovi rutiranja  $x_i$  nula u svakom čvoru mreže, a da su fiksni troškovi nula. Provajderi P1 i P3 moraju da plate cenu pristupa provajderu dva, jednaku  $p$ .

Pretpostavlja se da se komunikacija između još dve mreže,  $A_1$  i  $A_2$ , uspostavlja preko originalne mreže razmatrane u pret-hodnom delu kao što je pokazano na slici 3.

Kada korisnici mreže  $A_1$  žele da pošalju informacije ka  $A_2$ , mogu birati da li rutirati saobraćaj preko dva *switch-a* na strani  $B_1$ , koje odvojeno poseduju provajderi P1 i P3, ili kroz dva *switch-a* na strani  $B_2$ .



Slika 3. – Prikaz stanja nakon interkonekcije

Pretpostavlja se da provajder P2, imajući monopolistička prava nad  $B_2$  ali u konkurenčiji sa provajderom P1 za tranzit-

ranje saobraćaja, nije u mogućnosti da diskriminiše cene paketa koji se šalju sa  $A_1$  ili  $B_1$ . Tražnja za tranzitnim rutiranjem je modelovana kao dodatna ukupna tražnja provajdera P1 i P2.

Ove nove funkcije tražnje su izražene kao:

$$x_1^A = a - bp_1 + cp_2 \quad (21)$$

$$x_2^A = a - bp_2 + cp_1 \quad (22)$$

gde su  $p_1$  i  $p_2$  iste uniformne cene od ranije, pošto diskriminacija cena nije dozvoljena.

Sada  $p_2$  predstavlja i cenu pristupa, ustanovljenu između provajdera P1 i P3, i maloprodajnu cenu za tražnju za tranzitnim rutirajem koji dolazi od  $A_1$ ;  $p_1$  je maloprodajna tarifa na obe lokacije  $A_1$  i  $B_1$ , dok je  $p_3$  maloprodajna tarifa za zahteve koji potiču od  $B_1$  i tarifa pristupa koja potiče od  $B_1$  i tarifa pristupa koja se naplaćuje provajderu jedan za tražnju za tranzitnim rutirajem od  $A_1$ . U ovoj novoj arhitekturi postojeća tri provajdera se takmiče na dva tržišta: na originalnom postoji konkurentna maloprodajna struktura i ograničeni kapacitet na *upstream-u* dok na tržištu za tražnju za tranzitnim rutirajem takmičenje se odvija između vertikalno integrisanog maloprodajnog provajdera, provajdera P2, i dva vertikalno odvojena provajdera, provajdera P1 na *downstream-u* i provajdera P3 na *upstream-u*. Ovakav sistem, gde sada svaki provajder ima drugačiju ulogu, omogućava jasniji pregled uticaja na troškove usled otvaranja tržišta za tražnju za tranzitnim rutirajem.

Interkonekcija sa zahtevom za tranzitnim rutirajem menja topologiju mreže i zato provajderi sada postavljaju tarife pristupa i maloprodajne tarife bez mogućnosti diskriminacije. Stoga se prepostavlja da su nakon interkonekcije  $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$  sve izabrane paralelno. Otvaranje tržišta za zahteve za tranzitnim rutirajem menja tajming postavljanja tarifa jer dekomponuje originalne veze u intekonektovane mreže, sa samo parcijalno ustanovljenom hijerarhijom. U nastavku će se odbaciti pretpostavka paralelnog postavljanja tarifa da bi se analizirala specifična uloga interkonekcije na profitabilnost održavanjem originalnog sekvensijalnog tajminga.

Efekti interkonekcije na originalne maloprodajne cene se lako vide uočavanjem razlika u tarifama za originalni *downstream* sektor. Samo kada postoji jaka konkurenca na maloprodajnom tržištu usled slabe diferencijacije načina pristupa mreži, interkonekcija smanjuje tarife. Tarifa  $p_2$  ostaje tarifa za pristup mreži na maloprodajnom tržištu, iako sada predstavlja i maloprodajnu tarifu za tražnju za tranzitnim rutirajem. Sa porastom konkurenca, interkonekcija najpre snižava tarife  $p_2$ , ukazujući time na situaciju da potreba za konkurenjom za tražnju za tranzitnim rutirajem postaje relevantnija, u pogledu profita, nego monopolске tarife za originalnu tražnju. Nakon snižavanja monopolskih tarifa, i sa jačom konkurenjom, i  $p_1$  i  $p_3$  počinju da opadaju kao rezultat interkonekcije za tražnju za tranzitnim rutirajem. Konačno, promena u tražnji na originalnoj lokaciji, od  $B_1$  do  $B_2$ , je svakako pozitivna kada interkonekcija snižava maloprodajne tarife, i negativna kada tarife nakon interkonekcije rastu. Da bi se neutralizovali efekti promene tajminga igre, u nastavku se analizira podsticaj na interkonekciju, održavajući originalno sekvensijalno

odlučivanje tajminga igre. Otuda u nastavku, i pre i posle interkonkcije sa tražnjom za tranzitnim rutiranjem, provajder P2 unapred postavlja svoje tarife, dok provajderi P1 i P3 svoje tarife postavljaju u drugom periodu igre, kao Štakelbergovi sledbenici.

Provajder koji očigledno ima koristi od interkonekcije je provajder P3 koji sada obezbeđuje veleprodajne tarife za tražnju za tranzitnim rutiranjem, koja se rutira preko provajdera P1. Time provajder P3, ostvaruje tarifu pristupa,  $p_3$ , jednaku maloprodajnoj tarifi  $p_1$ . Provajder P2, preferira interkonekciju samo u ograničenom broju slučajeva, usled potrebe da postavlja iste tarife i za originalne i za tranzitne tokove. Konačno, provajder P1, ostajući jedini isključivo maloprodajni provajder, ima koristi od interkonekcije samo ukoliko je tržište vrlo konkurentno tako da je cena pristupa,  $p_2$ , koju plaća za originalnu tražnju, niža.

Iz svega do sada analiziranog, može se videti da na diferenciranom tržištu, podsticaji na interkonekciju se ne menjaju, kvalitativno, sa tajmingom igre: i sa simultanim i sa tajmingom Štakelbergove igre, provajderi P1 i P2 nemaju podsticaj da se interkonektuju, dok nasuprot tome, provajder P3 želi interkonekciju. Tajming procesa utvrđivanja tarifa je ipak bitniji za konkurentnije maloprodajno tržište. U tom slučaju, prethodni monopolista je voljan da se interkonektuje samo ako je tajming Štakelbergove igre održiv, dok provajderi P1 i P3 imaju gubitke od interkonekcije, kao sledbenici. Provajder P2 preferira interkonekciju na konkurentnom tržištu pošto njegovo liderstvo ublažava negativne efekte maloprodajne konkurenčije za tražnju za tranzitnim rutirajem. Provajder P3 sada i kao pristupni i kao maloprodajni provajder, koji ima najviše koristi od interkonekcije pod simultanim postavljanjem tarifa, kao sledbenik zahteva manje konkurentno maloprodajno tržište da bi preferirao interkonekciju. Ovo je stoga što provajder P3 preuzima celokupan maloprodajni profit ostvaren od tražnje za tranzitnim rutirajem rutiran preko provajdera P1. Konačno, provajder P1, koji je isključivo maloprodajni, kao sledbenik, gubi prednosti simultanog postavljanja tarifa sa povajderom P2, dok je sav njegov maloprodajni profit od tražnje za tranzitnim rutirajem preuzet od strane provajdera P3 [19].

## 5. PRIMENA TEORIJE IGARA ZA EKONOMSKU ANALIZU UGOVORA O INTERKONEKCIJI

Posmatraju se dva *Internet Backbone Provider-a* (IBP), (IBP-1 i IBP-2) sa intenzitetima dolaznog saobraćaja  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ , i intenzitetom opsluživanja  $\mu_1$  i  $\mu_2$ . Razmatramo paralelne M/M/1/1 redove gde su i odlazni i dolazni saobraćaj Poasonovi procesi, i ovo se primenjuje na nivou mrežnih čvorova gde se donose odluke o rutiranju. Pri interkonekciji, paket koji stiže u zagušen čvor IBP-a, može se preusmeriti na drugi IBP. Međutim, drugi IBP može odbiti preusmeravanje paketa. Ovde su prepostavljeni redovi bez bafera. Pod ovom pretpostavkom, nema potrebe za razmatranjem kašnjenja. Pretpostavka o redovima bez bafera objašnjava se na sledeći način. Prvo, studije interkonekcije se ovde pojavljuju samo kada postoje vremenska ograničenja za isporuku paketa. Bez

vremenskih ograničenja, paketi mogu neograničeno biti u baferu; pod uslovom da je intenzitet opsluge veći od dolaznog intenziteta, paketi će biti opsluženi. Ipak, sa vremenskim ograničenjima koja se odnose na isporuku, veličina bafera treba da bude mala i treba je aproksimirati redovima bez bafera. Mreže bez bafera su uobičajene u optičkim mrežama koje koriste rutiranje "hot potato" [20].

U nastavku se analiziraju tri moguća načina rada između dve paralelne mreže: nezavisno, centralizovan, i *Bill and keep* sporazumi kada nema naplate terminiranja.

Kada se posmatra nezavisno način rada dva IBP-a, verovatnoća da postoji  $j$  paketa u IBP-k sistemu,  $Q_j^k$  je data preko

$$Q_0^k = \frac{\mu_k}{\lambda_k + \mu_k} \quad (23)$$

$$Q_1^k = \rho_k = \frac{\lambda_k}{\lambda_k + \mu_k} \quad (24)$$

$k = 1, 2$  su indeksi IBP-a,  $j$  predstavlja status mreže:  $j=0$  za nepreopterećen link mreže, i  $j=1$  za preopterećen link.  $Q_1^k$  je i verovatnoća odbacivanja paketa i nivo iskorišćenosti za IBP-k. Za poređenje sa naredna dva načina rada, prosečan gubitak je dat sledećom jednakosti:

$$LR^m = \frac{\lambda_1}{\lambda} Q_1^1 + \frac{\lambda_2}{\lambda} Q_1^2 = \frac{\lambda_1}{\lambda} \rho_1 + \frac{\lambda_2}{\lambda} \rho_2 \quad (25)$$

gde  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$  je ukupan dolazni intenzitet. Ovo je ponderisana srednja vrednost zasnovana na činjenici da je dolazni saobraćaj svakog IBP-a Poasonov proces i da odnos  $\lambda_k/\lambda$  za sve dolazne pakete potiče od IBP-k pretplatnika.

Centralizacija može smanjiti gubitak za oba provajdera. Polazi se od činjenice da kada paket stiže u zagušenu mrežu, druga mreža može, ukoliko nije preopterećena, isporučiti paket. Slučaj centralizacije izvlači najviše moguće koristi od interkonekcije.

Neka su verovatnoće stanja  $Q_{j_1 j_2}^c$  gde  $j_1, j_2 = 0, 1$ . Indeksi predstavljaju stanja sistema za IBP-1 i IBP-2. Indeks 0 znači da je odgovarajući IBP nepreopterećen (u stanju mirovanja). Centralni administrator nadgleda ukupni dolazni intenzitet  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ , i dodeljuje svaki dolazni saobraćaj odgovarajućem IBP. Gubitak pri centralizaciji je opisan sledećom pretpostavkom.

Pretpostavka 1: Gubitak pri centralizaciji je

$$Q_{11}^c = \frac{\lambda^2(\lambda + \mu_{\min})}{\lambda(\lambda + \mu_1 + \mu_2)(\lambda + \mu_{\min}) + \mu_1 \mu_2 (2\lambda + \mu_1 + \mu_2)} \quad (26)$$

gde je  $\mu_{\min} = \min(\mu_1, \mu_2)$ .

Kada su oba IBP-a u stanju mirovanja, može se pokazati da novi zahtev za opslugu treba rutirati u mrežu sa većim intenzitetom opsluge.

Posledica 1: Gubitak pri centralizaciji je isključivo manji od istog u slučaju nezavisnosti,

$$Q_{11}^c = LR^m. \quad (27)$$

Gore navedena implikacija tvrdi da centralizacija uvek vodi ka boljem kvalitetu servisa (*Quality of Service*, QoS), mereno u odnosu na gubitak. Veliki provajder sa malom iskorišćenosti mreže biće u lošoj situaciji (imaće veći gubitak) ako je u kooperaciji sa manjim ali opterećenijim provajderom. Prema tome, iako je deljenje kapaciteta poželjno, ne mora biti prirodan ishod na konkurentnom tržištu.

Kada IBP imaju istu iskorišćenost ( $\rho$ ), gubitak se može smanjiti na:

$$Q_{11}^c = \rho \frac{\rho + (\rho + \rho^2)S + \rho^2 S^2}{\rho + (1 + \rho^3)S + \rho^2 S^2} \quad (28)$$

gde je  $S \equiv \mu_1 / \mu_2$ .

Gubitak je tipično manji od istog u slučaju nezavisnosti, izuzev za  $\rho = 0$  ili 1, ili  $S \rightarrow \infty$ ; kada su jednaki. To nema značaja kada oba IBP-a postaju zauzeti, jer dobiti od centralizacije opadaju. Može se uočiti da  $\partial Q_{11}^c / \partial S \propto (\rho S^2 - 1)$ , ukazuje na to da dobit raste sa  $S$ , ali počinje da opada kada izvod postane pozitivan (na primer  $S^* \geq 1 / \sqrt{\rho}$ ).

Dva IBP-a pružaju servise odvojeno, ali kada je jedan IBP zauzet može platiti isporuku paketa od strane drugog provajdera, koji odlučuje da li će prihvati ili odbiti takav zahtev. Nepreopterećeni IBP će odbiti rutirani paket (i odreći se naplate) ukoliko nema dovoljne kompenzacije za rizik od odbacivanja sopstvenih paketa. Prepostavimo da svaki IBP prihvata konkurenčki paket sa verovatnoćom  $q_k$ ,  $k = 1, 2$ . Naredna pretpostavka razmatra situaciju kada oba IBP-a uvek prihvataju isporuku konkurenčkih paketa. Gubitak za interkonektovane IBP-e, kada  $(q_1, q_2) = (1, 1)$  je

$$Q_{11} = \frac{\lambda(\lambda^2 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1)}{(\lambda + \mu_1 + \mu_2)(\lambda^2 + \lambda_1 \mu_2 + \lambda_2 \mu_1) + \mu_1 \mu_2 (2\lambda + \mu_1 + \mu_2)} \quad (29)$$

Pored se tri načina rada, kada važi sledeća nejednakost:

$$Q_{11}^c \leq Q_{11} < LR^m \quad (30)$$

Jasno je da interkonekcija poboljšava performanse oba IBP-a u odnosu na slučaj kada ova dva provajdera rade nezavisno. Kao što je za očekivati, performanse sa interkonekcijom su striktno ograničene (u većini slučajeva) na centralizovan način rada. Da bi se uporedili gubici, analizira se slučaj kada oba IBP-a imaju istu iskorišćenost. Gubitak je:

$$Q_{11} = \rho \frac{\rho + 2\rho S + \rho^2 S^2}{\rho^2 + (1 + \rho - \rho^2 + \rho^3)S + \rho^2 S^2} \quad (31)$$

Dobit od interkonekcije u odnosu na slučaj nezavisnog rada je razlika (31) i zbiru (23) i (24). Ova razlika nestaje kada IBP-1 dominira jer  $\partial Q_{11} / \partial S \propto (\rho S^2 - 1)$ . U poređenju sa centralizovanim načinom rada, gubitak u (31) je veći nego u (28), osim za  $\rho = 0$  ili 1, ili,  $S = 1$  ili  $S \rightarrow \infty$ , kada su jednaki. Gubitak za IBP-i zadovoljava sledeće nejednakosti,  $\partial L_i / \partial q_i > 0$ ; i  $\partial L_i / \partial q_j < 0$ , gde  $j \neq i$ .

Intuitivno je jasno da što je veća verovatnoća prihvatanja paketa *peering* partnera, veći je rizik od odbacivanja sopstvenih paketa. Ovo sugerije da je potrebno uspostaviti

kompromis između ostvarivanja dodatnog profita od isporuke rutiranih paketa i održavanja kvaliteta servisa sopstvenih korisnika.

Važno je uočiti da tačka  $(q_1, q_2) = (1, 1)$  nije ekvilibrijum. Međutim, kada bi ovakva strategija rutiranja na neki način bila obavezna, oba provajdera bi bila u mogućnosti da povećaju svoj QoS. Iako je takvo sprovođenje teško ostvariti u komercijalnom okruženju, može se smatrati kao izbor socijalne politike za javne razmene [21].

## 6. ZAKLJUČAK

Razlozi za primenu teorije igara za modelovanje i analiziranje brojnih problema u telekomunikacionim mrežama leže u deregulaciji telekomunikacionih tržišta, brzom razvoju Interneta i potrebi za mrežnom arhitekturom koja će provajderima omogućiti ostvarivanje sigurnih prihoda i korisnike koji su zadovoljni kvalitetom i cenom servisa. Štakelbergova igra je strategijska igra u kojoj se učesnici mogu rukovoditi prema ceni ili prema kvantitetu i može se koristiti za rešavanje problema određivanja obima servisa koji će provajderi obezbeđivati svojim korisnicima, kao i za određivanje cena servisa koje će provajderi naplaćivati od svojih korisnika za korišćenje tih servisa. U radu je dat pregled nekih predloženih modela igara za tarifranje interkonekcije telekomunikacionih mreža kojima se analiziraju uslovi postojanja ekvilibrijuma, troškovi i prihodi od interkonekcije, mogućnost sklapanja optimalnih ugovora kojima bi bile zadovoljne sve strane koje učestvuju u pregovaranju o interkonekciji.

## 7. LITERATURA

- [1] Osborne, Martin J., Ariel Rubinstein, *A Course in Game Theory*. Cambridge, MA: MIT, 1994
- [2] Vesna Radonjić, "Tarifiranje u telekomunikacionim mrežama naredne generacije", Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu – Saobraćajni fakultet, Beograd, 2011.
- [3] A.Cournot, Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses, Chapter VII, Paris (Hachette), 1838.
- [4] J.Bertrand, Théorie Mathématique de la Richesse Sociale, *Journal des Savants*, vol.48, 1883, pp.499-508
- [5] F.Y.Edgeworth, *Papers Relating to Political Economy*, London, Macmillan, Vol.I. pp.116-26, 1925.
- [6] P.Sraffa, The Laws of Returns Under Competitive Conditions, *Economic Journal*, Vol. XXXVI. 1926. pp. 535-550.
- [7] L.Amoroso, *Lezioni di Economia Mathematica*, Bologna, Zanichelli, 1921
- [8] Harold Hotelling, "Stability in Competition", *The Economic Journal*, Vol. 39, No. 153. 1929, pp. 41-57
- [9] Foros, O., Hansen, J., Competition and compatibility among Internet service providers, *Information Economics and Policy* 13, pp. 411-425, 2001.

- [10] Lafont, J., Rey, P., Tirole, J., Network competition: Overview and nondiscriminatory pricing, *RAND Journal of Economics* 29, pp. 1-37, 1998.
- [11] Lafont, J., Rey, P., Tirole, J., Network competition: Price discrimination, *RAND Journal of Economics* 29, pp. 38-56, 1998.
- [12] Armstrong, M., Network interconnection in telecommunications, *The Economics Journal* 108, pp. 545-564, 1998.
- [13] Dessein, W., Network competition in nonlinear pricing, *RAND Journal of Economics* 34, pp. 593-611, 2003.
- [14] Cambini, C., Valetti, T.M., Access charges and quality choice in competing networks, *Information Economics and Policy* 16, pp. 391-409, 2004.
- [15] Hermalin, B.E., Katz, M.L., Your network or mine? The economics of routing rules, *RAND Journal of Economics* 37, pp. 692-719, 2006.
- [16] Jahn, E., Prufer, J., Interconnection and competition among asymmetric networks in the Internet backbone market, *Information Economics and Policy* 20, pp. 243-256, 2008.
- [17] Schiff, A.F., *Three Essays in Network Economics: Two-Way Interconnection, Two-Sided Networks, and Reputation Systems*, University of Auckland, 2003. Dostupno na: <http://researchspace.auckland.ac.nz>
- [18] Aleksandra Kostić-Ljubisavljević, Milan Janković, "Pregled koncepta formiranja cene interkonekcije", *Telekomunikacije stručno-naučni časopis Republike agencije za elektronske komunikacije*, broj 7, str. 20-37, 2011.
- [19] E. Giovannetti, "Interconnection, differentiation and bottlenecks in the Internet", DAE, University of Cambridge, UK, University of Rome 'La Sapienza', Rome, Italy, 2002.
- [20] Duato, J., "A Necessary and Sufficient Condition for Deadlock-Free Routing in Cut-Through and Store-and-Forward Networks," *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, 7, 8, 1996. pp. 841-854.
- [21] Yong Tan, I. Robert Chiang, Vijay S. Mookerjee, "An Economic Analysis of Interconnection Arrangements between Internet Backbone Providers", University of Washington Business School, Seattle, Washington, 2003.



Dr Aleksandra Kostić-Ljubisavljević, docent Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet, a.kostic@sf.bg.ac.rs  
Oblasti interesovanja: Interkonekcija telekomunikacionih mreža, Tarifiranje u telekomunikacijama, Optički komunikacioni sistemi



Dr Vesna Radonjić, docent Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet, v.radonjic@sf.bg.ac.rs  
Oblasti interesovanja: Tarifiranje u komunikacionim mrežama, Performanse telekomunikacionih mreža, Primena teorije igara u telekomunikacijama



Branka Mikavica, student master studija Univerzitet u Beogradu, Saobraćajni fakultet, branka.mikavica@gmail.com  
Oblasti interesovanja: Interkonekcija telekomunikacionih mreža, Performanse telekomunikacionih mreža

